



Profesor:
Fortunato Mendoza



ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

ARITMÉTICA

REPASO GENERAL II

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN



1. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, Si $a + b = 16$

$$c + d = 48$$

$$abcd = 32\,400 ; a > b.$$

Hallar la diferencia del mayor valor con el menor valor de los cuatro números a, b, c y d.

A) 22

B) 23

C) 24

D) 25

E) 26

Resolución

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow ad = bc \dots (1)$$

$$a + b = 16$$

$$c + d = 48$$

$$abcd = 32400 \dots (2)$$

$$\text{De (1) y (2)} \quad \begin{array}{c} a \\ \downarrow \end{array} d = 180 \quad \wedge \quad \begin{array}{c} b \\ \downarrow \end{array} c = 180$$

Como $a > b$

10

12

15

6

4

1

$\rightarrow$

$$d = 18 ; c = 30$$

$\rightarrow$

$$d = 15 ; c = 45$$

$\rightarrow$

$$d = 12 ; c = 180$$

(no es solución)

(no es solución)

$$\text{Luego: } a = 10 ; b = 6 ; c = 30 ; d = 18$$

$$\text{Piden: } c - b = 30 - 6 = 24$$

Clave: C

2. Sean A y B magnitudes tales que:

Para $B \leq 6$: A DP B

Para $B \geq 6$: A IP B

Se sabe que para $B = x$, $A = 5$; $x < 6$ y para $B = 2x+6$, $A = z$. Además al hacer la gráfica se observa que el valor máximo de A es 10. Halle la suma de cifras de z^4

A) 10

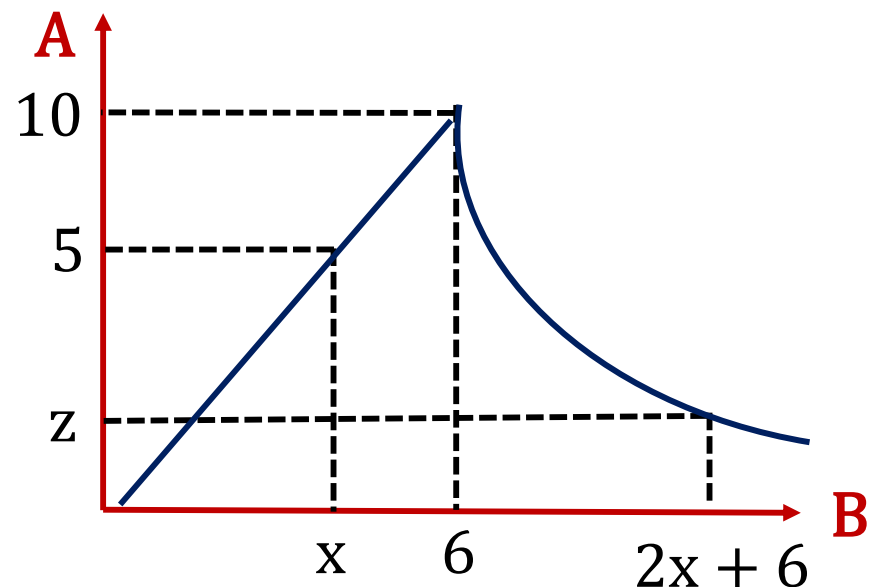
B) 11

C) 12

D) 13

E) 14

Resolución



$$\text{Cuando } B \leq 6 : \quad \frac{5}{x} = \frac{10}{6} \rightarrow x = 3$$

$$\text{Cuando } B \geq 6 : \quad 10 \cdot 6 = z(2x + 6)$$

$$60 = z(12) \rightarrow z = 5$$

$$\text{Piden } z^4 = 5^4 = 625 \rightarrow \sum \text{cfs} = 13$$

Clave: D

3. Si al hacer un reparto de una cantidad N entre tres hermanos ya sea DP ó IP a los números a , b y c , el segundo de los hermanos recibe siempre lo mismo. Entonces, podemos afirmar que:

A) $a = ma(b, c)$

B) $b = mg(a, c)$

C) $c = mh(a, b)$

D) $b = mh(a, c)$

E) $a = mh(b, c)$

Resolución

Total: N

Reparto directo

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{N}{a+b+c} \dots (1)$$

Reparto inverso

$$\frac{A'}{\frac{1}{a}} = \frac{B}{\frac{1}{b}} = \frac{C'}{\frac{1}{c}}$$

$$\frac{A'}{bc} = \frac{B}{ac} = \frac{C'}{ab} = \frac{N}{bc+ac+ab} \dots (2)$$

De (1) y (2)

$$B = \frac{bN}{a+b+c} = \frac{acN}{bc+ac+ab}$$

Resolviendo:

$$b^2c + abc + ab^2 = a^2c + abc + ac^2$$

$$b^2(a+c) = ac(a+c) \rightarrow b = \sqrt{ac}$$

$$b = MG(a; c)$$

Clave: B

4. A Carlos le prestan \$ 10000 con una tasa nominal del 60% capitalizable mensualmente sobre su saldo deudor. Al finalizar el primer y segundo mes amortiza pagando \$ 4500 y \$ 4500 respectivamente. ¿Cuál es su deuda (en dólares) al finalizar el segundo mes?

A) 1600

B) 1700

C) 1800

D) 1900

E) 2000

Resolución

Préstamo: \$ 10000 (*Capitalización mensual*)

$r\% = 60\% \text{ anual} \leftrightarrow 5\% \text{ mensual}$

	Deuda	Interés	Amortiza
1 ^{er} mes	10 000	500	4 500
2 ^{do} mes	6 000	300	4 500
3 ^{er} mes	1 800		

Rpta: \$1 800

Clave: C

5. En un salón de clase hay 5 varones y 6 damas. ¿De cuántas formas podemos hacer un comité formado por 5 alumnos en el que debe haber por lo menos 3 varones?

A) 181

B) 182

C) 183

D) 184

E) 185

Resolución

Total: 5V y 6D

Comité: 5 alumnos $\left\{ \begin{array}{l} 3V \text{ y } 2D \\ 4V \text{ y } 1D \\ 5V \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} \# \text{ maneras} &= C_3^5 \cdot C_2^6 + C_4^5 \cdot C_1^6 + C_5^5 \\ &= 10 \cdot 15 + 5 \cdot 6 + 1 \end{aligned}$$

$$\# \text{ maneras} = 181$$

Clave: A

6. En cierto sistema de numeración (base impar) existen 1575 números capicúas de 5 cifras, donde la cifra de primer orden es impar. Halle la suma de las cifras de la base de dicho sistema de numeración.

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Resolución

Por el método combinatorio

a	b	c	b	$a_{(2k+1)}$
↓	↓	↓		
1	0	0		
3	1	1		
5	2	2		
⋮	⋮	⋮		
⋮	⋮	⋮		
$2k-1$	$2k$	$2k$		

$$K \cdot (2k+1) \cdot (2k+1) = 1575 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Cumple para $k = 7$

Luego $2k+1=15 \rightarrow \sum cfs = 6$

Clave: B

7. Se tiene n datos $a_1; a_2; \dots; a_n$, de media $\bar{x}$, varianza s^2 y desviación estándar S . Indique verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:

Si a todos se les suma una misma cantidad k entonces.

I. La varianza no se altera.

Si a todos los datos se les multiplica por una misma cantidad k entonces

I. La media queda multiplicada por k .

II. La desviación estándar queda multiplicada por k

A) VFV

B) FVF

C) VVV

D) FVV

E) VVF

Resolución

Se tiene:

$$a_1; a_2; \dots; a_n \left\{ \begin{array}{l} \text{Media} = \bar{x} \\ \text{Varianza} = S^2 \\ \text{Desviación E.} = S \end{array} \right.$$

Si a todos los datos se le multiplica por una misma cantidad k

$$a_1+k; a_2+k; \dots; a_n+k \left\{ \begin{array}{l} \text{Media} = \bar{x} + k \\ \text{Varianza} = S^2 \\ \text{Desviación E.} = S \end{array} \right.$$

I. (V)

Si a todos los datos se le multiplica por una misma cantidad k

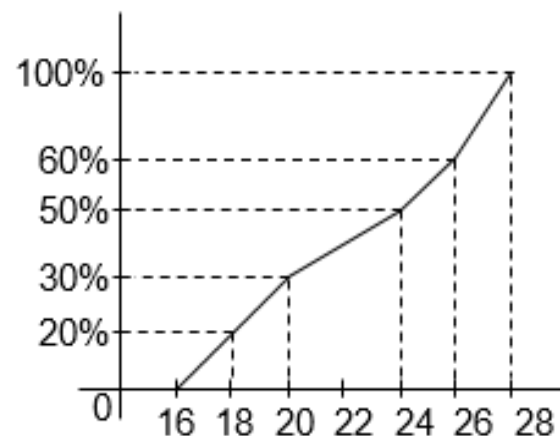
$$a_1k; a_2k; \dots; a_nk \left\{ \begin{array}{l} \text{Media} = \bar{x} \cdot k \\ \text{Varianza} = S^2 \cdot k \\ \text{Desviación E.} = S \cdot k \end{array} \right.$$

Luego II. (V) III. (V)

Rpta: VVV

Clave: C

8. La gráfica muestra la ojiva correspondiente a las edades de los trabajadores de una empresa. ¿Qué porcentaje de los trabajadores tienen una edad comprendida entre 19 y 25?



A) 30

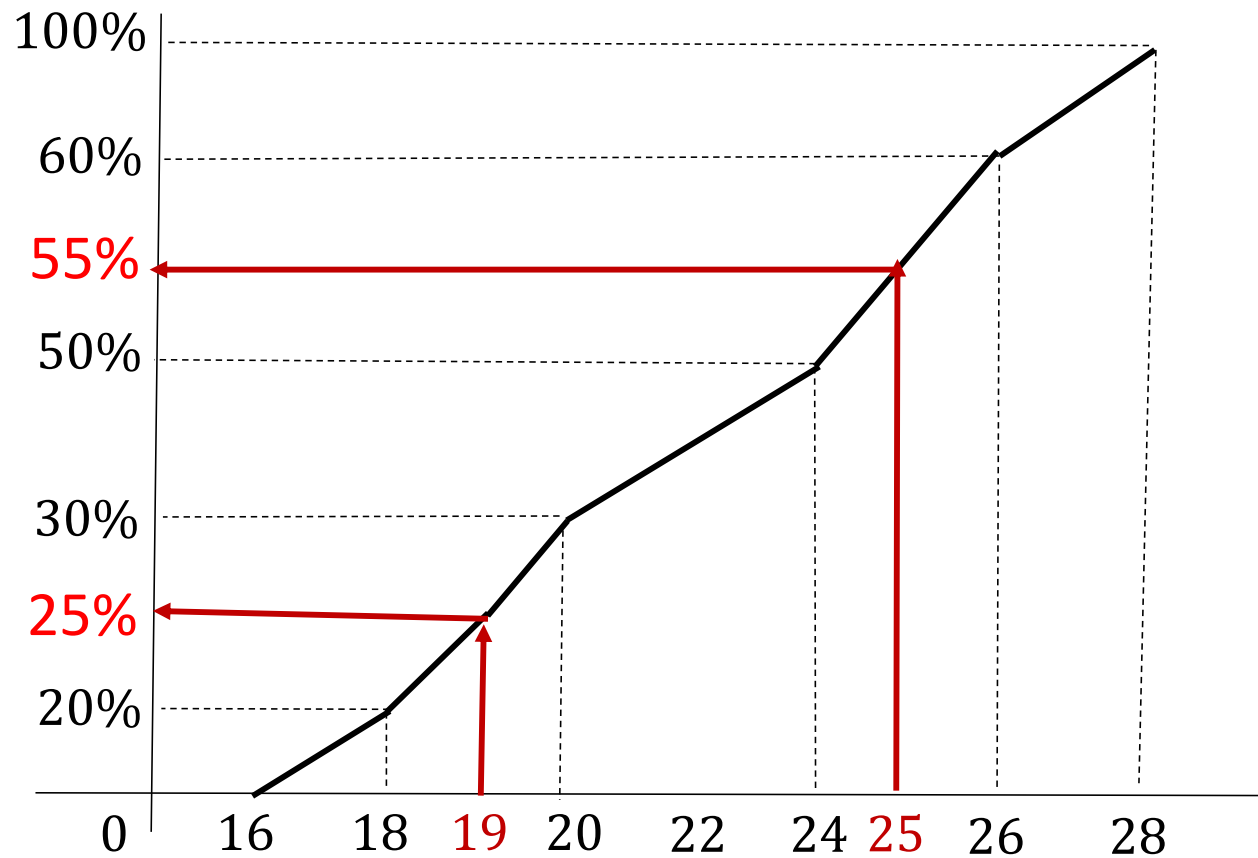
D) 36

B) 32

E) 38

C) 34

Resolución



Del gráfico

Piden

$$55\% - 25\% = 30\%$$

Clave: A

9. Un experimento consiste en disponer en forma aleatoria los dígitos 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9, uno a continuación del otro. ¿Cuál es la probabilidad de que el número formado sea par?

A) 0,40

B) 0,45

C) 0,50

D) 0,56

E) 0,60

Resolución

ε: Se ordena los digitos 2; 3 ; 4; 5 ; 6 ; 7 ; 8 y 9

Casos posibles

2 3 4 5 6 7 8 9
 3 2 4 5 6 7 8 9
 .
 .
 .

#cp = 8!

Casos favorables

. 2 ← Par
 ————— #cf = 4 * 7!

Se permutan

Piden:

$$P = \frac{\#cf}{\#cp} = \frac{4 \cdot 7!}{8!} = \frac{4 \cdot 7!}{7! \cdot 8} = \frac{1}{2}$$

Clave: C

Resolución

Se tiene

$$\overline{abcabc}_8 = 20 + 16 ; \overline{abc}_8 \text{ es m\'ınimo}$$

DP en bloque

$$\overline{abc}_8 \cdot 8^3 + \overline{abc}_8 = 20 + 16 \rightarrow 513 \overline{abc}_8 = 20 + 16$$

$$13 \overline{abc}_8 = \dot{2}0 + 16 + 140 \rightarrow \overline{abc}_8 = \dot{2}0 + 12$$

$$\overline{abc}_8 = 20k + 12 \xrightarrow{\text{red}} 8^2 \leq 20k + 12 < 8^3$$

$$k_{min} = 3 \quad \rightarrow \quad \overline{abc}_8 = 72 = 110_8$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

Clave: B

11. Si $N = 2^5 \times 3^2 \times 7 \times 11$. Hallar la cantidad de divisores de N que son $\dot{4}$ pero no son $\dot{4}8$.

A) 28

B) 30

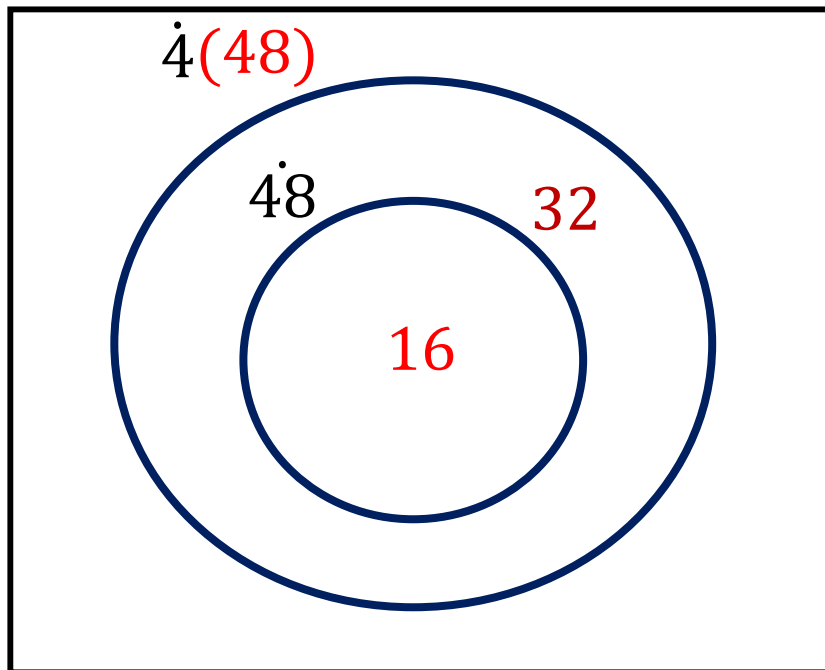
C) 32

D) 34

E) 36

Resolución

$$N = 2^5 \times 3^2 \times 7 \times 11$$



$$* \text{ Son } \dot{4}: N = 2^2 [2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11]$$

$$CD_{(N)}^{\dot{4}} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 48$$

$$* \text{ Son } \dot{4}8: N = 2^4 \cdot 3 [2^1 \cdot 3^1 \cdot 7 \cdot 11]$$

$$CD_{(N)}^{\dot{4}8} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$\text{Del gráfico: } CD_{(N)}^{\dot{4}; \neq \dot{4}8} = 48 - 16 = 32$$

Clave: C

12. ¿Cuántos números $\overline{ab0ab}$ son divisibles entre 2, 7, 11 y 13 a la vez?

A) 45

B) 46

C) 47

D) 48

E) 49

Resolución

$$\overline{ab0ab} = \begin{cases} 2 \\ 7 \\ 11 \\ 13 \end{cases} \rightarrow \overline{ab0ab} = 2002$$

$$\overline{ab} \cdot 10^3 + \overline{ab} = 2002 \rightarrow 1001 \overline{ab} = 2002$$

$$\overline{ab} = 2$$

$$\overline{ab} = 10; 12; 14; \dots; 98 \rightarrow 45 \text{ valores}$$

Rpta: 45

Clave: A

13. Hallar el mayor número de 3 cifras $\overline{abc}$ que al dividirlo entre 32 el residuo es 11 y al dividirlo entre 26 el residuo es 5. Dar como respuesta $a + b + c$

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

E) 11

Resolución

$\overline{abc}$ es máximo

$$\overline{abc} = \begin{cases} 32 + 11 \\ 26 + 5 \end{cases} \rightarrow \overline{abc} = \begin{cases} 32 - 21 \\ 26 - 21 \end{cases}$$

$$\overline{abc} = 416 - 21 \rightarrow \overline{abc} = 416k - 21$$

Para que $\overline{abc}$ sea máximo, $k = 2$

$$\overline{abc} = 811 \rightarrow a + b + c = 10$$

Clave: D

14. Si $124!$ Tiene k divisores ¿Cuántos divisores tiene $125!$?

A) $\frac{30}{29} k$

B) $\frac{31}{28} k$

C) $\frac{32}{20} k$

D) $\frac{31}{29} k$

E) $\frac{32}{29} k$

Resolución

$124! \rightarrow k \text{ div.}$

$125! \rightarrow ??$

Como $125! = 124! \cdot 5^3 \dots (1)$

Sea $124! = 5^\alpha \cdot Q$

$$\begin{array}{r} 124 \overline{) 5} \\ \underline{24} \overline{) 5} \\ 4 \end{array} \rightarrow 124! = 5^{28} \cdot Q$$

$$29 CD_{(Q)} = k \rightarrow CD_{(Q)} = \frac{k}{29}$$

De (1)

$$125! = (5^{28} \cdot Q) 5^3$$

$$125! = 5^{31} Q$$

Piden

$$CD_{(125!)} = 32 CD_{(Q)} = 32 \frac{k}{29}$$

Clave: E

15. Si $N = \overline{2ab}$ al extraer $\sqrt{N}$, deja como residuo un residuo máximo, determine el mayor valor de $a + b$

A) 10

B) 12

C) 14

D) 16

E) 11

Resolución

$$\text{Sea } \sqrt{\overline{2ab}} = k \text{ con residuo } 2k \Rightarrow \overline{2ab} = k^2 + 2k$$

$$\overline{2ab} + 1 = k^2 + 2k + 1$$

$$\overline{2ab} + 1 = (k + 1)^2$$

Se cumple : $201 \leq (k + 1)^2 \leq 300$

$k + 1 = 15; 16; 17$

Si $k + 1 = 15 \Rightarrow \overline{2ab} = 224 \Rightarrow a + b = 6$

Si $k + 1 = 16 \Rightarrow \overline{2ab} = 255 \Rightarrow a + b = 10$

Si $k + 1 = 17 \Rightarrow \overline{2ab} = 288 \Rightarrow a + b = 16$

Rpta: 16

Clave: D

16. Indique verdadero (V) o falso (F) en las siguientes proposiciones:

- I. Si cuatro números enteros positivos son PESI entonces también son PESI 2 a 2.
- II. Si la cantidad de divisores de un número entero positivo es impar, entonces, dicho número es un cuadrado perfecto.
- III. Si $k^2 = \dot{7} + 2$ entonces necesariamente $k = \dot{7} + 4$.
- IV. Todo número cubo perfecto múltiplo de 4 también será múltiplo de 64.

A) FFFF

B) FFVF

C) FVFF

D) VFFV

E) FVFF

Resolución

I. (F)

Ejemplo: 10; 12; 15 y 18 son PESI

Pero 10; 12; 15 y 18 no son PESI 2 a 2

II. (V)

III. (F)

*Si $k^2 = \dot{7} + 2 \rightarrow k = \dot{7} + 3 ; \dot{7} + 4$
entonces no necesariamente es $\dot{7} + 4$*

IV. (F)

Si $k^3 = \dot{4} \rightarrow k = \dot{2} \rightarrow k^3 = 2^3 Q^3 = \dot{8}$

Rpta: FVFF

Clave: C

17. El producto y el cociente de MCM y MCD de 2 números A y B son: 4050 y 50 respectivamente. ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar A?

A) 330

B) 345

C) 390

D) 405

E) 450

Resolución

Sean los #s A y B $\left\{ \begin{array}{l} A = dp ; B = dq \\ p \text{ y } q \text{ son PESI} \\ m = dpq \end{array} \right.$

Datos

$$\left. \begin{array}{l} md = 4050 \\ \frac{m}{d} = 50 \end{array} \right\} \begin{array}{l} d = 9 \\ m = 450 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} dpq = 450 \\ 9pq = 450 \\ pq = 50 \end{array}$$

Como A es máximo, entonces: $p = 50 ; q = 1$

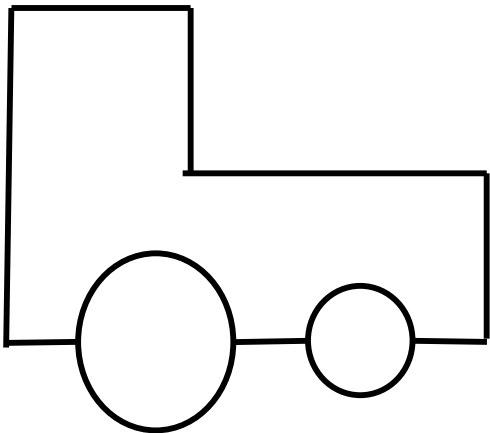
Piden: $A = 9(50) = 450$

Clave: E

18. Las longitudes de las circunferencias de las ruedas delanteras y traseras de una locomotora es 500 cm y 850 cm. ¿Qué distancia en kilómetros tendrá que recorrer la locomotora para que la suma del número de vueltas de una rueda delantera y una rueda trasera sea 3240?

- A) 8,2 B) 8,4 C) 8,6 D) 10 E) 10,2

Resolución



Longitud de la rueda delantera = 500cm

Longitud de la rueda trasera = 850cm

$$\text{MCM}(500; 850) = 8500$$

Cuando la locomotora recorre 8500 cm

La rueda delantera da: $\frac{8500}{500} = 17$ vueltas

La rueda trasera da: $\frac{8500}{850} = 10$ vueltas

Regla de 3: Longitud Σ #vueltas

$$\begin{array}{ccc} & 8500 \text{ cm} & 27 \\ * 120 \curvearrowright & L & 3240 \curvearrowright * 120 \end{array}$$

Luego $L = 1020000 \text{ cm} = 10200 \text{ m}$

$$\therefore L = 10,2 \text{ km}$$

Clave: E

19. ¿Cuántas fracciones $\frac{P}{36}$ tal que $\frac{2}{5} < \frac{P}{36} < \frac{44}{15}$ tienen en su representación decimal una cifra periódica y una cifra no periódica?

A) 15

B) 16

C) 17

D) 18

E) 19

Resolución

Se tiene $\frac{2}{5} < \frac{P}{36} < \frac{44}{15} \dots (1)$

Ademas: $\frac{P}{36} = x, a\hat{b} \rightarrow \frac{P}{2^2 \cdot 3^2} = x, a\hat{b}$

Observación: $P = 2Q$, donde Q es impar; $Q \neq 9$

De (1) $14,4 < P < 105,6$

$$14,4 < 2Q < 105,6$$

$$7,2 < Q < 52,8$$

$Q = 9; 11; 13; \dots; 51 \rightarrow 22 \text{ valores}$

Pero: $Q \neq 9; 27; 45 \rightarrow 3 \text{ valores}$

Luego: Q toma $22 - 3 = 19 \text{ valores}$

$\therefore$ Cumplen 19 fracciones

Clave: E

20. Sean A y B números naturales, $\frac{A}{B}$ expresado en fracción continua simple es:

$$\frac{A}{B} = [1; 2; 3; 4; 5] \text{ y } MCD(A, B) = 18$$

Halle la diferencia de la mayor cifra con la menor cifra de A (cifras diferentes de 0)

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

Resolución

$$\frac{A}{B} = [1; 2; 3; 4; 5] \quad ; \quad MCD(A, B) = 18$$

Por el algoritmo de Euclides

	1	2	3	4	5	
A	B	68d	21d	5d	d	→ MCD
		68d	21d	5d	d	0

Dato: $d = 18$

Luego

$$B = (68d)2 + 21d \rightarrow B = 157d$$

$$A = 157d(1) + 68d \rightarrow A = 225d$$

$$A = 225(18) = 4050$$

$$Piden \ 5 - 4 = 1$$

Clave: B



FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS